



UNIVERSITATEA DIN BUCURESTI
Facultatea de Fizica



Marina CUZMINSCHI

DINAMICA CORELATIILOR CUANTICE IN SISTEME
GAUSSIENE DESCHISE SI APLICAREA LOR LA
PROTOCOALE DE INFORMATIE CUANTICA

REZUMATUL TEZEI DE DOCTORAT

Conducator stiintific:
CS I Dr. Aurelian Isar

Bucuresti, 2024

Abstract

În această teză este studiat comportamentul a două moduri bosonice gaussiene puse în contact cu un mediu. Evoluția sistemelor deschise gaussiene depinde de parametrii sistemului și de influența mediului. Parametrii specifici sistemului sunt comprimarea între moduri, frecvențele modurilor și numerele medii de fotoni termici. Investigatiile teoretice prezentate sunt făcute în cazul unui mediu termic sau unui mediu termic cu comprimare.

Studiul evoluției în timp a sistemelor deschise considerate este efectuat în cadrul teoriei sistemelor cuantice deschise, bazat pe ecuația master markoviană Gorini-Kossakowski-Sudarshan-Lindblad și folosind formalismul matricilor de covarianță. Software-ul Wolfram Mathematica este utilizat pentru a simula evoluția temporală a sistemului și comportamentul acestuia în funcție de parametrii de interes.

Sunt prezentate două aplicații ale stărilor gaussiene: teleportarea cuantică cu variabile continue și motorul Szilard bazat pe două moduri bosonice corelate.

Datorită naturii nelocale a corelațiilor cuantice, modurile sistemului se influențează reciproc chiar dacă nu interacționează clasic. Existența corelațiilor cuantice face posibilă teleportarea cuantică. Teleportarea cuantică este un protocol de informație cuantică necesar pentru comunicarea cuantică, calculul cuantic distribuit și internetul cuantic. Pentru o teleportare cuantică reușită sunt necesare două condiții: fidelitatea de teleportare să fie mai mare decât o valoare de prag ($1/2$ pentru stări coerente) și să existe entanglement între modurile stării care îndeplinește rolul de resursă.

Teleportarea cuantică a stărilor coerente și termice este studiată folosind ca resursă o stare gaussiană termică comprimată. Este dedusă expresia fidelității de teleportare pentru teleportarea stărilor termice folosind un sistem gaussian bimodal cuplat cu un mediu general. Este descrisă dependența fidelității de teleportare de comprimarea între moduri, frecvențele modurilor, numerele medii de fotoni termici și parametrii care descriu mediul. De asemenea, sunt identificate condițiile optime pentru implementarea cu succes a protocolului de teleportare.

Motorul Szilard este un dispozitiv bazat pe o singură moleculă, conceput pentru extragerea lucrului dintr-o baie termică. Motorul Szilard cuantic, compus din două dispozitive corelate, permite extragerea unei cantități mai mari de lucru decât în cazul clasic. La baza funcționării motorului Szilard stă procesul de măsurare. La sfârșitul ciclului dispozitivului, operatorul șterge rezultatele măsurării pentru a readuce motorul în starea inițială. Este studiată influența băii termice asupra cantității

de lucru extras si eficientei dispozitivului. De asemenea, este dedusa forma starii de initializare a masuratorii adecvata unei functionalitati optime a dispozitivului.

In particular, este studiata influenta starii de initializare a masuratorii asupra performantei unui motor Szilard folosind ca mediu de lucru un sistem gaussian cu doua moduri care evolueaza in canale gaussiene cu zgomot in timp ce se efectueaza o masuratoare cu operatori cu valori pozitive (POVM) pe unul dintre cele doua moduri si selectand ca stare de initializare a masuratorii o stare termica comprimata. Ecuatia master markoviana Gorini-Kossakowski-Sudarshan-Lindblad este utilizata pentru a estima evolutia in timp a sistemului considerat. Este dedusa expresia lucrului extras pentru o stare gaussiana generala cu doua moduri scrisa in forma standard. Demonstram ca lucrul extras si eficienta motorului Szilard sunt influentate puternic de parametrii starii sistemului (frecventa modurilor, numarul mediu de fotoni termici si comprimarea), parametrii canalului gaussian (temperatura, comprimarea bari si faza) si parametrii starii de initializare a masuratorii (numarul mediu de fotoni termici si intensitatea masurarii).

Introducere

1.1 Informatia cuantica

Informatia cuantica este stiinta care aplica cunostinte de fizica cuantica la stiinta informatiei. In teoria clasica a informatiei, informatia este operata folosind biti si porti. In mod similar, in teoria informatiei cuantice, informatia este gestionata folosind qubiti, quditi, sisteme de variabile continue si porti, in functie de tipul investigatiei pentru sistemul considerat.

Este posibila cresterea performantei calculului cuantic fata de cel clasic, datorita faptului ca qubitii reprezinta superpozitii de stari. Prin cresterea numarului de qubiti se obtine o crestere exponentiala a spatiului Hilbert subiacent al sistemului. De exemplu, daca avem un sistem de r qubiti, starea va fi definita de 2^r valori, care pot fi procesate simultan de un computer cuantic.

Constituie o problema faptul ca, daca incercam sa masuram o stare cuantica, atunci sunt deteriorate toate informatiile despre intreaga stare, deoarece starea sistemului colapseaza intr-una dintre starile proprii posibile, in baza respectiva aleasa pentru descrierea starii qubitului. O alta problema apare atunci cand incercam sa reproducem o stare cuantica, datorita faptului ca informatia nu poate fi copiata folosind un computer cuantic, conform teoremei de no-cloning pentru informatia cuantica. Spre deosebire de procesarea clasica a informatiei, aceste doua aspecte trebuie avute in vedere in procesarea cuantica a informatiei (QIP).

Teoria informatiei cuantice si-a gasit deja multe aplicatii. Printre cele principale mentionam codarea superdensa, calculul cuantic si teleportarea cuantica. Calculul cuantic are potential aplicativ foarte promitator in numeroase domenii, cum sunt biologia computationala, proiectarea de medicamente asistata de computer si chimia generativa. Aceste aspecte fac din computerul cuantic un instrument foarte potrivit pentru aplicatiile medicale. De asemenea, in dinamica moleculara au fost realizate progrese recente folosind calculul cuantic [1].

Algoritmul Shor [2] si algoritmul Grover [3] demonstreaza ca pentru aceleasi aplicatii calculul cuantic este mult mai eficient in comparatie cu cel clasic. De la intemeierea teoriei informatiei cuantice in secolul precedent, au existat progrese puternice in domeniu. In 2018, IBM Research a dezvoltat primul computer cuantic comercial care consta din 20 de qubiti [4] (Fig. 1.1). Google, folosind o serie de 9 qubiti supraconductori, a simulat atomul de hidrogen [5], iar D-Wave a construit un computer cuantic care consta din 200 de qubiti [6].

Trasaturi fascinante referitoare la lumea in care traim au fost dezvaluite prin descoperirea entanglementului in mecanica cuantica [7]. Acest fenomen deosebit, entanglementul cuantic, se afla la baza majoritatii protocoalelor de informatie cuantica. Alte corelatii cuantice sunt discordul cuantic, steeringul cuantic si non-localitatea.

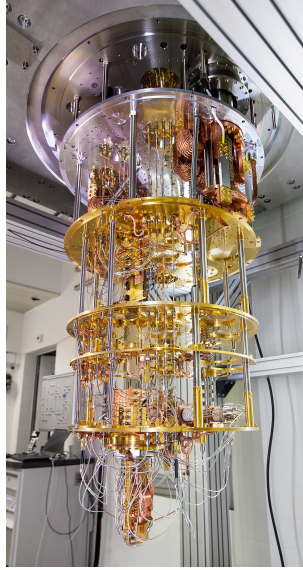


Figure 1.1: *Computerul cuantic IBM Research din Elvetia (Wikipedia)*

1.2 Prelucrarea informatiei cuantice folosind sisteme de variabile discrete

1.2.1 Qubiti. Quditi

Analogul bitului din teoria informatiei clasice este qubitul din teoria informatiei cuantice. Un bit clasic de informatie are valorile 0 sau 1. La fel ca bitul din informatia clasica, in teoria informatiei cuantice un qubit este reprezentat de starile $|0\rangle$ si $|1\rangle$, care sunt starile de baza pentru a descrie qubitul. In cazul general al unui qubit starea sistemului este descrisa de o suprapunere coerenta a acestor doua stari:

$$|\psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle, \quad (1.1)$$

unde α si β sunt numere complexe care satisfac relatia $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. Termenul qubit a fost introdus de Schumacher [8].

Pentru a vizualiza diferenta dintre biti si qubiti se foloseste sfera Bloch. Pentru aceasta, rescriem amplitudinile de probabilitate α si β in urmatoarea forma:

$$\alpha = \cos \frac{\theta}{2}, \quad (1.2)$$

$$\beta = e^{i\varphi} \sin \frac{\theta}{2}, \quad (1.3)$$

unde φ este faza relativa.

In acest fel, toate starile posibile in care se poate afla sistemul sunt reprezentate pe suprafata sferei Bloch (Fig. 1.2). In aceasta reprezentare bitul clasic poate ocupa doar cei doi poli ai sferei, iar starile mixte corespund punctelor din interiorul sferei. Pentru o stare pura a unui qubit se folosesc doua grade de libertate: θ si φ . Pentru starile mixte se poate adauga un alt grad de libertate.

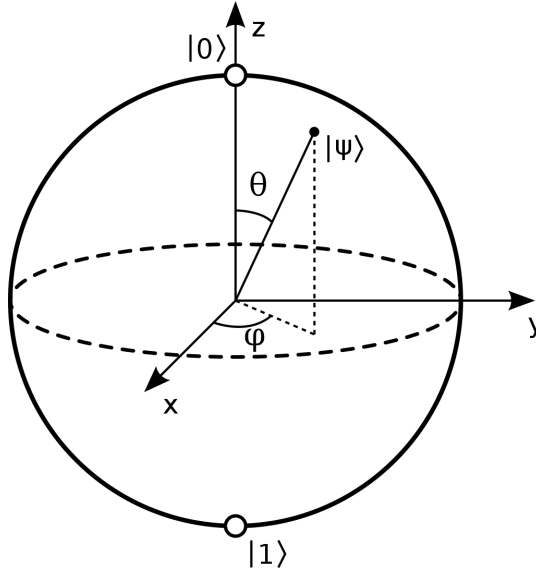


Figure 1.2: Qubitii pot fi reprezentati folosind sfera Bloch (Wikipedia)

Pentru a descrie starile mixte introducem operatorul de densitate:

$$\rho = \sum_i P_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|, \quad (1.4)$$

unde P_i sunt probabilitati ($0 \leq P_i \leq 1$ si $\sum_i P_i = 1$), iar $|\psi_i\rangle$ sunt starile posibile ale sistemului.

Exemple de sisteme fizice de qubiti sunt sistemele de spin cu doua nivele (de ex. un electron sau un punct cuantic), in care nivelele sunt spinul in sus si spinul in jos, polarizarea verticala si polarizarea orizontala a unui foton, qubitii de sarcina supraconductoare, pentru care cele doua stari posibile sunt insula supraconductoare neincarcata ($Q = 0$) si insula supraconductoare incarcata ($Q = 2e$), unde $2e$ este sarcina unei perechi Cooper.

1.2.2 Criterii de entanglement pentru sistemele discrete

Cand vorbim despre particule entanglate, ne referim la particule a caror stare nu poate fi scrisa separat si independent de starea intregului sistem. Daca putem scrie independent starea cuantica a sistemului pentru fiecare constituent, atunci starea se numeste separabila. La masurare o stare entanglata este distrusa si functiile de unda ale particulelor constituyente devin independente.

In cazul unui sistem bidimensional spatiul Hilbert comun al sistemului este dat de $H_A \otimes H_B$.

Daca starea totala a sistemului poate fi reprezentata ca produsul tensorial al starilor componentelor:

$$|\psi\rangle_{AB} = |\alpha\rangle_A \otimes |\beta\rangle_B, \quad (1.5)$$

unde $|\alpha\rangle$ si $|\beta\rangle$ sunt stari aleatorii de un qubit, atunci starea totala este separabila. Altfel, starea se numeste entanglata sau inseparabila.

Sa alegem baza standard a spatiului Hilbert:

$$\{|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle\}. \quad (1.6)$$

Atunci o stare arbitrara poate fi scrisa ca:

$$|\psi\rangle_{AB} = a_{00} |00\rangle + a_{01} |01\rangle + a_{10} |10\rangle + a_{11} |11\rangle. \quad (1.7)$$

Introducem matricea A :

$$A = \begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} \\ a_{10} & a_{11} \end{pmatrix}. \quad (1.8)$$

Daca $\det A = 0$ atunci starea este separabila. In caz contrar, este entanglata.

1.2.3 Steeringul cuantic

In 2007 Wiseman, Jones si Doherty au descris operational si matematic steeringul cuantic [9, 10], care si-a gasit aplicatii in dispozitive unilaterale, senzori supraconductori [11], distributie de chei cuantice [12], discriminare de subcanal [13], certificare aleatorie [14, 15], teleportare cuantica securizata [16] si criptografie cuantica [17].

Definitii operationale

Mai intai, vom descrie starile nelocale Bell. Sa luam in considerare cazul in care Alice si Bob partajeaza o stare bipartita pe care o pot pregati de un numar oarecare de ori. Ei trebuie sa-l convinga pe Charlie ca starea pe care o au in comun este inseparabila. De fiecare data cand Alice si Bob pregatesc starea, isi pot masura propriile parti. Comunicarea dintre Alice si Bob este permisa doar in etapa de pregatire a starii. Charlie nu are incredere in ceea ce spun Alice sau Bob, dar el accepta mecanica cuantica ca fiind corecta. Dupa ce starea este pregatita de mai multe ori, masuratorile sunt efectuate de Alice si Bob pe propriile parti, iar rezultatele sunt comunicate in mod clasic lui Charlie, iar Charlie poate concluziona daca starea comuna este entanglata. In cazul in care rezultatele masuratorii nu pot fi explicate prin modelul de variabile ascunse locale, atunci Charlie va decide ca starea nu este separabila. Aceasta este definitia operationala pentru starile nelocale Bell [9, 10].

In mod similar poate fi introdusa o definitie operationala pentru steering. Pentru a descrie steeringul, avem nevoie doar de doua parti, Alice si Bob. Alice pregateste de mai multe ori o stare cuantica bipartita si ei pot comunica in mod clasic rezultatele masuratorilor. Alice are scopul de a-l convinge pe Bob ca starea pe care o impartasesc este entanglata. Bob accepta ca mecanica cuantica este corecta si efectueaza o tomografie locala pentru a determina starea lui. Bob insa nu are incredere in Alice, dar analizeaza rezultatele comunicate de Alice si poate decide daca corelatiile dintre rezultatele ei si starea lui locala dovedesc existenta entanglementului in starea lor comuna. Anume, Bob verifica daca rezultatele raportate de Alice pot fi explicate folosind modelul de stari ascunse locale, iar in cazul in care corelatiile nu pot fi explicate in acest fel, Bob devine convins ca starea lor este entanglata.

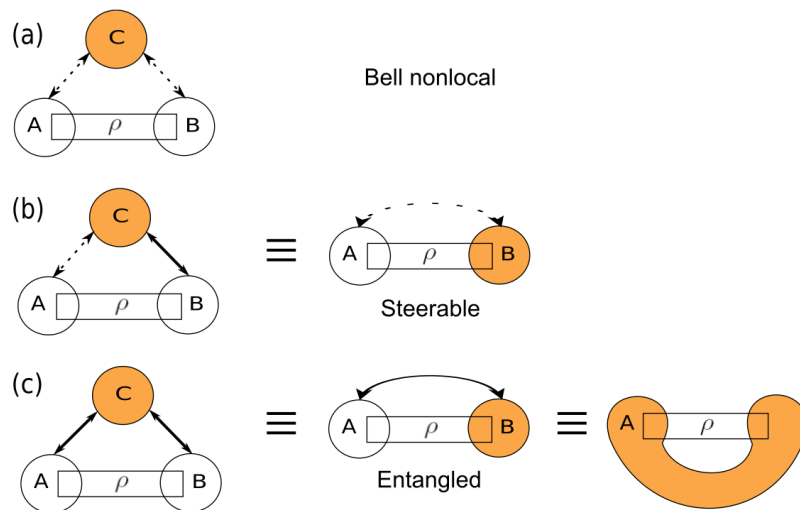


Figure 1.3: Diferite corelatii între partile Alice (A), Bob (B) și Charlie (C) sunt prezentate după cum urmează: nonlocalitate Bell (a), steering (b) și entanglement (c). Figura este preluată din Ref. [10].

Prelucrarea informatiei cuantice folosind sisteme de variabile continue

2.1 Parametrizarea unei stari gaussiene si a matricii de covarianta

Un rol foarte important in descrierea unei stari gaussiene il joaca matricea de covarianta σ , care este data de momentele statistice de ordinul doi ale operatorilor canonici ai starii gaussiene. In conventia din optica cuantica, ea este data de [18]:

$$\sigma = \text{Tr}[\rho_G\{(\hat{\mathbf{r}} - \bar{\mathbf{r}}), (\hat{\mathbf{r}} - \bar{\mathbf{r}})^\top\}], \quad (2.1)$$

care mai poate fi scrisa astfel:

$$\sigma = S \left(\bigoplus_{j=1}^n \nu_j \mathbb{I}_2 \right) S^\top, \quad (2.2)$$

unde $\nu_j \geq 1$ sunt valorile proprii simplectice, matricea de comprimare $S \in Sp_{2n, \mathbb{R}}$ (grupul simplectic real de dimensiune $2n$), iar n este numarul de moduri.

In acest fel, o stare gaussiana ρ_G poate fi complet descrisa de vectorul momentelor statistice de ordinul intai, definit ca:

$$\bar{\mathbf{r}} = \text{Tr}\{\rho_G \hat{\mathbf{r}}\} \quad (2.3)$$

si matricea de covarianta σ .

2.2 Teleportarea unei stari termice

2.2.1 Fidelitatea cuantica de teleportare a unei stari termice

Starea termica de intrare este unimodala, prin urmare vom lua in considerare expresia fidelitatii pentru stările unimodale. In acest caz expresia fidelitatii de teleportare este urmatoarea [19, 20]:

$$F(\rho_{in}, \rho_{out}) = \frac{\exp\left\{ \left[-\frac{1}{2} (\overline{X_{out}} - \overline{X_{in}})^\top (\sigma_{in} + \sigma_{out})^{-1} (\overline{X_{out}} - \overline{X_{in}}) \right] \right\}}{\sqrt{\Delta + \Theta - \sqrt{\Theta}}}, \quad (2.4)$$

unde σ_{in} si σ_{out} sunt matricile de covarianta ale stărilor de intrare ρ_{in} si de iesire ρ_{out} , $\overline{X_{in}} = \text{Tr}[\rho_{in}(X, P)^\top]$ si $\overline{X_{out}} = \text{Tr}[\rho_{out}(X, P)^\top]$ sunt valorile medii ale stării de

teleportat si, respectiv, ale starii teleportate, si $(X, P)^\top$ denota vectorul operatorilor de cuadratura,

$$\Delta = \det(\sigma_{in} + \sigma_{out}) \geq 1 \quad (2.5)$$

si

$$\Theta = 4 \det\left(\sigma_{in} + \frac{i}{2}J\right) \det\left(\sigma_{out} + \frac{i}{2}J\right), \quad (2.6)$$

unde $J = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

Matricea de covarianta a starii-resursa poate fi reprezentata ca

$$\sigma = \begin{pmatrix} A & C \\ C^\top & B \end{pmatrix}, \quad (2.7)$$

unde $A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}$ si $B = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix}$ sunt matricele de covarianta ale starilor lui Alice si Bob si $C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix}$ descrie corelatiile intre cele doua moduri.

In [21] a fost dedusa expresia (2.4) a fidelitatii de teleportare folosind metoda functiei caracteristice:

$$F(\rho_{in}, \rho_{out}) = \frac{1}{\sqrt{\Delta + \Theta} - \sqrt{\Theta}}, \quad (2.8)$$

unde

$$\Delta = 1 + 4N_{th} + 4N_{th}^2 + X + 2N_{th}X + Y + 2N_{th}Y + XY - Z^2, \quad (2.9)$$

$$\Theta = 4(N_{th} + N_{th}^2) \left(N_{th} + N_{th}^2 + \frac{X}{2} + N_{th}X + \frac{Y}{2} + N_{th}Y + XY - Z^2 \right), \quad (2.10)$$

si

$$\begin{aligned} X &= A_{11} + B_{11} - 2C_{11}, \\ Y &= A_{22} + B_{22} + 2C_{22}, \\ Z &= A_{12} - B_{12} + C_{12} - C_{21}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Notam

$$\Sigma = \begin{pmatrix} X & Z \\ Z & Y \end{pmatrix}, \quad (2.12)$$

si atunci matricea de covarianta a starii de iesire devine:

$$\sigma_{out} = \sigma_{in} + \Sigma, \quad (2.13)$$

si

$$\begin{aligned} \Delta &= (1 + 2N_{th})^2 + (1 + 2N_{th})\text{Tr}\Sigma + \det \Sigma, \\ \Theta &= 4N_{th}(N_{th} + 1) \left(N_{th}(N_{th} + 1) + \frac{1 + 2N_{th}}{2}\text{Tr}\Sigma + \det \Sigma \right). \end{aligned} \quad (2.14)$$

2.2.2 Evolutia starii-resursa

Evolutia temporală a matricii de covarianță a stării bimodale este dată de [22, 23]:

$$\frac{d\sigma_{AB}(t)}{dt} = U\sigma_{AB}(t) + \sigma_{AB}(t)U^\top + 2D, \quad (2.15)$$

unde

$$U = \begin{pmatrix} -\lambda & 1 & 0 & 0 \\ -\omega_1^2 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 1 \\ 0 & 0 & -\omega_2^2 & -\lambda \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

și D este matricea coeficienților de difuzie:

$$D = \text{diag} \left(\frac{\lambda}{2\omega_1} \coth \frac{\omega_1}{2T}, \frac{\lambda\omega_1}{2} \coth \frac{\omega_1}{2T}, \frac{\lambda}{2\omega_2} \coth \frac{\omega_2}{2T}, \frac{\lambda\omega_2}{2} \coth \frac{\omega_2}{2T} \right), \quad (2.17)$$

unde T este temperatura băii termice (luăm constanta Planck $\hbar = 1$ și constanta Boltzmann $k_B = 1$), λ este parametrul de disipare și ω_1, ω_2 sunt frecvențele celor două moduri.

Soluția ecuației (2.15) este următoarea [22, 23]:

$$\sigma_{AB}(t) = M(t)[\sigma_{AB}(0) - \sigma_{AB}(\infty)]M^\top(t) + \sigma_{AB}(\infty), \quad (2.18)$$

cu $M(t) = \exp(Ut)$. Expresia asimptotică a matricii de covarianță $\sigma_{AB}(\infty)$, corespunzătoare unei stări Gibbs asimptotice a stării bimodale în contact cu o baie termică este [22]:

$$\sigma_{AB}(\infty) = \text{diag} \left(\frac{1}{2\omega_1} \coth \frac{\omega_1}{2T}, \frac{\omega_1}{2} \coth \frac{\omega_1}{2T}, \frac{1}{2\omega_2} \coth \frac{\omega_2}{2T}, \frac{\omega_2}{2} \coth \frac{\omega_2}{2T} \right). \quad (2.19)$$

Starea inițială este o stare generală gaussiană. Starea resursei este entanglată atunci când este satisfăcută următoarea inegalitate [24]:

$$r > r_s, \quad \cosh^2 r_s = \frac{(n_1 + 1)(n_2 + 1)}{n_1 + n_2 + 1}, \quad (2.20)$$

unde n_1 și n_2 sunt numerele medii de fotoni termici ale celor două moduri și r este parametrul de comprimare între moduri.

2.2.3 Evolutia în timp a fidelității de teleportare și negativității logaritmice

O condiție necesară pentru o teleportare cuantică de succes este existența entanglementului dintre modurile stării-resursa până la sfârșitul procesului de teleportare (pasul final fiind transformările unitare ale lui Bob). Prezența entanglementului corespunde la valori pozitive ale negativității logaritmice ($LN > 0$). Folosind matricea de covarianță $\sigma_{AB}(t)$ exprimăm negativitatea logaritmică ca [25]:

$$LN(t) = \max\{0, -\frac{1}{2} \log_2[4f(t)]\}, \quad (2.21)$$

cu

$$f(t) = \frac{1}{2}(\det\{A(t)\} + \det\{B(t)\}) - \det\{C(t)\} - \sqrt{\zeta}, \quad (2.22)$$

unde $\zeta = [\frac{1}{2}(\det\{A(t)\} + \det\{B(t)\}) - \det\{C(t)\}]^2 - \det\{\sigma_{AB}(t)\}$.

Daca valoarea negativitatii logaritmice este zero, starea este separabila [21].

O alta conditie pentru o teleportare cuantica de succes este ca fidelitatea de teleportare sa aiba o valoare mai mare decat limita clasica ($1/2$ pentru stari coerente). In continuare ilustram evolutia temporala a fidelitatii de teleportare si a entanglementului dintre modurile starii-resursa, data de ecuatiile (2.8, 2.21), pentru diferiti parametri de stare ai baii si ai resursei. Valoarea temperaturii este in unitati de $T = 2 \frac{\hbar\omega_2}{k_B}$.

Fig. 2.1 arata influenta numarului de fotoni termici N_{th} al starii de intrare asupra fidelitatii de teleportare. In Fig. 2.1 (a) observam ca un numar mai mare de fotoni termici permite ca teleportarea cuantica sa aiba loc cu o fidelitate mai mare in orice moment decat fidelitatea de teleportare pentru o stare coerenta.

Fidelitatea de teleportare creste mai mult pentru valori mici ale N_{th} in comparatie cu valori mai mari ale numarului mediu de fotoni termici. In Ref. [26] este studiata eficienta teleportarii cuantice pentru stari termice, si autorii demonstreaza ca distanta statistica dintre starea initiala si cea teleportata scade o data cu cresterea numarului mediu de fotoni termici al starii de intrare.

Limita clasica a fidelitatii de teleportare se modifica o data cu temperatura starii de intrare si numarul mediu de fotoni termici. Pentru o stare coerenta limita clasica este $\frac{1}{2}$ [27–29]. In Ref. [30] se arata ca limita clasica creste de la $\frac{1}{2}$ pentru starea coerenta la 1 cand temperatura corespunzatoare starii de intrare creste de la 0 la ∞ . Ca urmare, este imposibil sa se implementeze teleportarea cuantica pentru o stare de intrare cu un numar foarte mare de fotoni termici.

Fig. 2.1 (b) arata influenta parametrului de comprimare asupra evolutiei temporale a fidelitatii de teleportare. Fidelitatea de teleportare oscileaza cu o scadere lenta in timp pentru toate valorile numarului de fotoni termici N_{th} .

Fig. 2.1 (c) prezinta evolutia temporala a fidelitatii de teleportare pentru valorile selectate ale comprimarii intre modurile starii-resursa. Fidelitatea de teleportare are un comportament oscilator, iar perioada acesteia este constanta. Cresterea comprimarii intre moduri duce la scaderea mediei fidelitatii de teleportare si la cresterea amplitudinii oscilatiilor. Pentru valori mari de timp fidelitatea tinde spre o valoare constanta diferita de zero. In acest fel, posibilitatea unei teleportari cuantice pentru o stare termica dupa o perioada lunga de timp este determinata de timpul de supravietuire a entanglementului.

Fig. 2.1 (d) reprezinta dependenta negativitatii logaritmice (care este o masura a intensitatii entanglementului) de timp si de comprimarea starii-resursa. Observam ca are loc "moartea subita a entanglementului" la un moment finit de timp. Timpul maxim pentru care modurile starii-resursa raman entanglate nu depinde de numarul de fotoni termici al starii de intrare. Timpul de supravietuire a entanglementului creste o data cu comprimarea intre modurile starii partajate. In acest fel, concluzionam ca cresterea parametrului de comprimare faciliteaza implementarea teleportarii intre dispozitive aflate la distante mari.

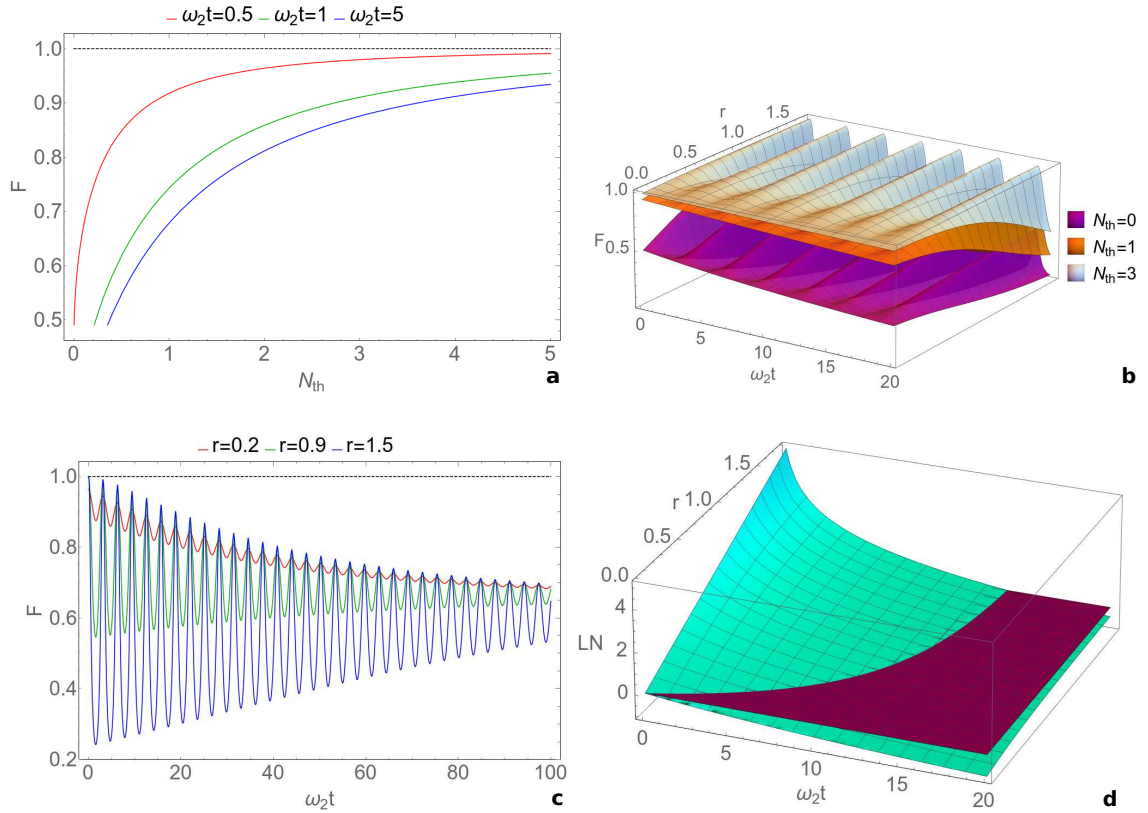


Figure 2.1: (a) Evolutia fidelitatii de teleportare F cu numarul de fotoni termici N_{th} ai starii de intrare pentru timpii selectati, scalati cu frecventa celui de al doilea mod $\omega_2 t = 0.5$ (linia rosie), $\omega_2 t = 1$ (linia verde) si $\omega_2 t = 5$ (linia albastra), parametrul de comprimare are valoarea $r = 0.7$. (b) Evolutia fidelitatii de teleportare F cu comprimarea intre moduri r si timpul scalat la frecventa celui de al doilea mod $\omega_2 t$ pentru numarul fotonilor termici al starii de intrare selectate: $N_{th} = 0$ (suprafata magenta cu opacitate 90%), $N_{th} = 1$ (suprafata portocalie cu opacitate 90%) si $N_{th} = 3$ (suprafata albastru deschis cu opacitate 90%). (c) Evolutia fidelitatii de teleportare F in timp pentru parametrul de comprimare $r = 0.2$ (linia rosie), $r = 0.9$ (linia verde) si $r = 1.5$ (linia albastra) pentru starea de intrare cu $N_{th} = 1$. (d) Dependenta entanglementului LN (suprafata cyan) cu frecventa celui de al doilea mod $\omega_2 t$ si comprimarea r . Nivelul zero este planul violet. Este considerat cazul rezonant cu $\omega_1 = \omega_2 = 1$, starea resursei la $t = 0$ este o stare de vid ($n_1 = n_2 = 0$), temperatura mediului $T = 2\hbar\omega_2/k_B$ si valoarea parametrului de disipare $\lambda = 0.01$. (Imagine reproducuta cu permisiune din [21]).

Termodinamica cuantica a motorului Szilard

Termodinamica cuantica este o ramura noua a fizicii cuantice [31]. Fenomenele legate de termodinamica cuantica sunt esentiale din punct de vedere practic pentru functionarea dispozitivelor electronice de dimensiuni reduse. In special, aceste fenomene influenteaza activitatea senzorilor [32]. Un subiect important studiat de termodinamica cuantica este motorul Szilard cuantic [33], care este un dispozitiv bazat pe utilizarea informatiei pentru extragerea lucrului folosind masuratori efectuate asupra unui sistem cuantic aflat in contact cu un rezervor. Motorul Szilard si-a gasit multiple aplicatii in mecanica cuantica si in informatia cuantica, in particular pentru detectarea entanglementului si a steeringului cuantic.

Acest capitol este dedicat studiului unui motor Szilard cuantic bazat pe un sistem descris de o stare cuantica gaussiană cu doua moduri, care evolueaza intr-un canal gaussian cu zgomot [34]. Starea cuantica initiala considerata este o stare termica comprimata entanglata, ceea ce duce la cresterea cantitatii de lucru extras si imbunatateste eficienta motorului Szilard. Pentru a afla cantitatea de lucru cuantic extras, este simulata efectuarea unei masuratori pe unul dintre modurile starii gaussiene bimodale. Starea celui de al doilea mod se schimba datorita entanglementului dintre moduri. Eficienta motorului Szilard cuantic este data de raportul dintre lucrul cuantic extras si lucrul de eliminare a informatiei, definit ca o functie de informatia stocata in sistem. Evolutia temporala a starii cuantice este descrisa de ecuatia markoviana Gorini-Kossakowski-Sudarshan-Lindblad [35], iar lucrul cuantic este definit folosind entropia Rényi de ordinul 2.

Rezultatele obtinute sunt urmatoarele: este descrisa functionalitatea motorului Szilard; este discutata diferenta dintre lucrul clasic si cel cuantic; este discutata expresia lucrului cuantic extras si a eficientei conversiei informatiei in lucru cuantic, tinand cont de timpul finit al duratei unui ciclu de functionare a motorului Szilard; este studiata dependenta lucrului cuantic extras si a eficientei conversiei informatiei in lucru cuantic in functie de timp, numarul mediu de fotoni termici ai modurilor, comprimarea intre moduri, comprimarea corespunzatoare mediului termic, temperatura si parametrii starii de initializare a masuratorii; sunt identificate conditiile optime pentru functionalitatea motorului Szilard care asigura cantitatea maxima de lucru cuantic extras si eficienta maxima de conversie a informatiei in lucru.

3.1 Eficienta conversiei informatiei cuantice in lucru cuantic

Cele doua moduri ale starii gaussiene considerate sunt plasate in doua canale cu zgomot separate. Dinamica sistemului constituit din cele doua moduri este descrisa in cadrul teoriei sistemelor deschise bazate pe semigrupuri dinamice cuantice complet pozitive, care conduce la evolutia temporala a matricii de covarianta data de ecuatie:

$$\sigma(t) = e^{-\lambda t} \sigma(0) + (1 - e^{-\lambda t}) \sigma(\infty), \quad (3.1)$$

unde $\sigma(\infty)$ este matricea de covarianta asimptotica:

$$\sigma(\infty) = \begin{pmatrix} (\frac{1}{2} + N_1 + M_{1R})/\omega_1 & M_{1I} & 0 & 0 \\ M_{1I} & (\frac{1}{2} + N_1 - M_{1R})\omega_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\frac{1}{2} + N_2 + M_{2R})/\omega_2 & M_{2I} \\ 0 & 0 & M_{2I} & (\frac{1}{2} + N_2 - M_{2R})\omega_2 \end{pmatrix}, \quad (3.2)$$

$M_{R_{1,2}}$ si $M_{I_{1,2}}$ sunt partea reala si imaginara a parametrului $M_{1,2}$, cu

$$N_{1,2} = n_{th_{1,2}} (\cosh^2 R_{1,2} + \sinh^2 R_{1,2}) + \sinh^2 R_{1,2}, \quad (3.3)$$

$$M_{1,2} = -(2n_{th_{1,2}} + 1) \cosh R_{1,2} \sinh R_{1,2} \exp\{i\phi_{1,2}\}, \quad (3.4)$$

$R_{1,2}$ sunt parametrii de comprimare ai canalelor gaussiene, $n_{th_{1,2}} = \frac{1}{2} \left(\coth \frac{\omega_{1,2}}{2T_{1,2}} - 1 \right)$ si $\phi_{1,2}$ reprezinta numerele medii de fotoni termici, respectiv fazele canalelor.

Lucrul cuantic extras depinde numai de corelatiile din sistem si expresia acestuia poate fi determinata utilizand doar matricea de covarianta. Pentru a implementa procedura de extragere a lucrului, partea B efectueaza o masuratoare pe modul \hat{b} de forma:

$$\pi_b(X) = \pi^{-1} D_b(X) \rho^{\pi_b} D_b^\dagger(X), \quad (3.5)$$

unde operatorul densitatii ρ^{π_b} reprezinta starea de initializare a masuratorii, care este o stare gaussiana pura cu matricea de covarianta $\gamma^{\pi_b} = R(\theta) \text{diag}(\mu/2, \mu^{-1}/2) R(\theta)^T$, iar

$$D_b(X) = \exp\left(X \hat{b}^\dagger - X^* \hat{b}\right) \quad (3.6)$$

este operatorul de deplasare. Matricea de rotatie are forma $R(\theta) = \cos \theta \mathbb{I} - \sin \theta \sigma_y$,

unde $\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ este matricea Pauli.

Parametrul de masurare μ are valori cuprinse intre 0 si ∞ , pentru $\mu = 0$ are loc o masurare de tip homodyne, in timp ce pentru $\mu = 1$ este de tip heterodyne. Deoarece starea modului \hat{a} este invarianta la masuratorile efectuate asupra modului \hat{b} , putem scrie matricea de covarianta pentru starea conditionata sub forma [36]:

$$\sigma_a^{\pi_b} = A - C(B + \gamma^{\pi_b})^{-1} C^T. \quad (3.7)$$

Dupa masurare starea este departe de echilibru si prin protocolul descris se poate extrage lucru cuantic din baia termica. In timpul acestui proces de extragere a

lucrului modul \hat{a} difuzeaza in spatiul fazelor [37] si, in cele din urma, lucrul este extras ca efect al masuratorilor efectuate (backreaction).

Entropia medie a starii finale este

$$S(\sigma_a^{\pi_b}) = \int dX p_x S(\sigma_{a|X}^{\pi_b}), \quad (3.8)$$

iar lucrul extras in timpul unui ciclu al motorului Szilard este dat de

$$W = k_B T [S(A) - S(\sigma_a^{\pi_b})], \quad (3.9)$$

unde T este temperatura rezervorului.

Entropia Rényi de ordinul 2 a starii obtinute prin aplicarea operatorului de masurare poate fi dedusa folosind expresia:

$$S_2(\rho) = \ln \text{Tr}(\rho^2), \quad (3.10)$$

care pentru stari gaussiene devine

$$S_2(\sigma) = \frac{1}{2} \ln(\det \sigma). \quad (3.11)$$

Expresia lucrului cuantic extras este urmatoarea:

$$W = \frac{k_B T}{2} \ln \left(\frac{\det A}{\det \sigma_a^{\pi_b}} \right). \quad (3.12)$$

Lucrul cuantic poate fi extras numai daca se implementeaza un protocol adecvat de extractie si daca exista corelatii cuantice intre modurile \hat{a} si \hat{b} . O caracteristica importanta a motorului Szilard este raportul dintre lucrul extras si lucrul necesar pentru a sterge rezultatele masuratorilor, numit lucru de stergere:

$$\eta = \frac{W}{W_{eras}}. \quad (3.13)$$

Lucrul de stergere W_{eras} se defineste astfel:

$$W_{eras} = k_B T \ln 2^{S_{Sh}(P)}, \quad (3.14)$$

unde entropia Shannon este data de

$$S_{Sh}(P) = - \sum_{i=1}^n P_i \log_2 P_i, \quad (3.15)$$

P_i fiind probabilitatile asociate variabilei P . In locul entropiei Shannon folosim entropia von Neumann, care pentru operatorul de densitate ρ are expresia:

$$S(\rho) = - \text{Tr}(\rho \log_2 \rho). \quad (3.16)$$

Pentru o stare gaussiană de dimensiune finita si cu matricea de densitate ρ_G , aceasta expresie devine

$$S(\rho_G) = - \text{Tr}(\rho_G \log_2 \rho_G) = \sum_{j=1}^n s_v(\nu_j), \quad (3.17)$$

unde ν_j sunt valorile proprii simplectice ale matricii de covarianta a starii gaussiene si

$$s_V(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right) \log_2 \left(x + \frac{1}{2}\right) - \left(x - \frac{1}{2}\right) \log_2 \left(x - \frac{1}{2}\right). \quad (3.18)$$

Pentru a deduce expresia eficientei conversiei informatiei cuantice in lucru cuantic, introducem invariantii simplectici:

$$\nu_{\mp}^2 = \left(\Delta \mp \sqrt{\Delta^2 - 4 \det \sigma}\right) / 2, \quad (3.19)$$

unde seralianul are expresia

$$\Delta = \det A + \det B + 2 \det C. \quad (3.20)$$

Pentru a estima eficienta conversiei informatiei in lucru cuantic, luam in considerare valoarea maxima pentru W_{eras} , deoarece aceasta corespunde stergerii complete a rezultatelor masuratorilor si permite revenirea dispozitivului de masurare la starea initiala.

Starea termica comprimata utilizata in motorul Szilard inainte de masurare este descrisa de forma standard a matricii de covarianta, in care elementele de matrice depind de parametrul de comprimare r , frecventa modurilor si de numarul mediu de fotoni termici ai modurilor n_1 si n_2 . Daca $n_1 = 0$ si $n_2 = 0$, atunci starea initiala devine o stare de vid comprimata.

3.2 Evolutia temporala a lucrului cuantic si a eficientei conversiei informatiei in lucru cuantic

Consideram doua parti locale, A si B, care partajeaza o stare bimodala cu modurile \hat{a} si \hat{b} . Partile efectueaza extragerea lucrului prin efectuarea de masuratori locale gaussiene. Partea A nu efectueaza masurarea asupra modului \hat{a} , ci utilizeaza reactia de revenire a sistemului dupa implementarea masuratorii π_b efectuate de partea B. A extrage lucrul cuantic in timpul evolutiei starii conditionate $\sigma_a^{\pi_b}$ pana cand aceasta ajunge la echilibru cu baia.

Pentru a evita fluctuatia lucrului extras o data cu modificarea unghiului de masurare θ , se ia in considerare valoarea mediata pe toate unghiurile de masurare. Astfel, definim:

$$W_m = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta W(\theta). \quad (3.21)$$

Luam ca stare initiala o stare de vid comprimata cu parametrul de comprimare r . In timpul simularii, consideram o durata finita a ciclului motorului Szilard si notam cu t momentul masurarii.

Cantitatea de lucru cuantic extras cu ajutorul motorului Szilard creste cu parametrul de comprimare r si scade cu cresterea timpului de masurare (Fig.3.1 (a) si 3.1 (c)). De asemenea, lucrul extras creste cu temperatura (Fig.3.1 (b) si 3.1 (d)). Ca urmare, se poate extrage o cantitate mai mare de lucru folosind o stare bimodala

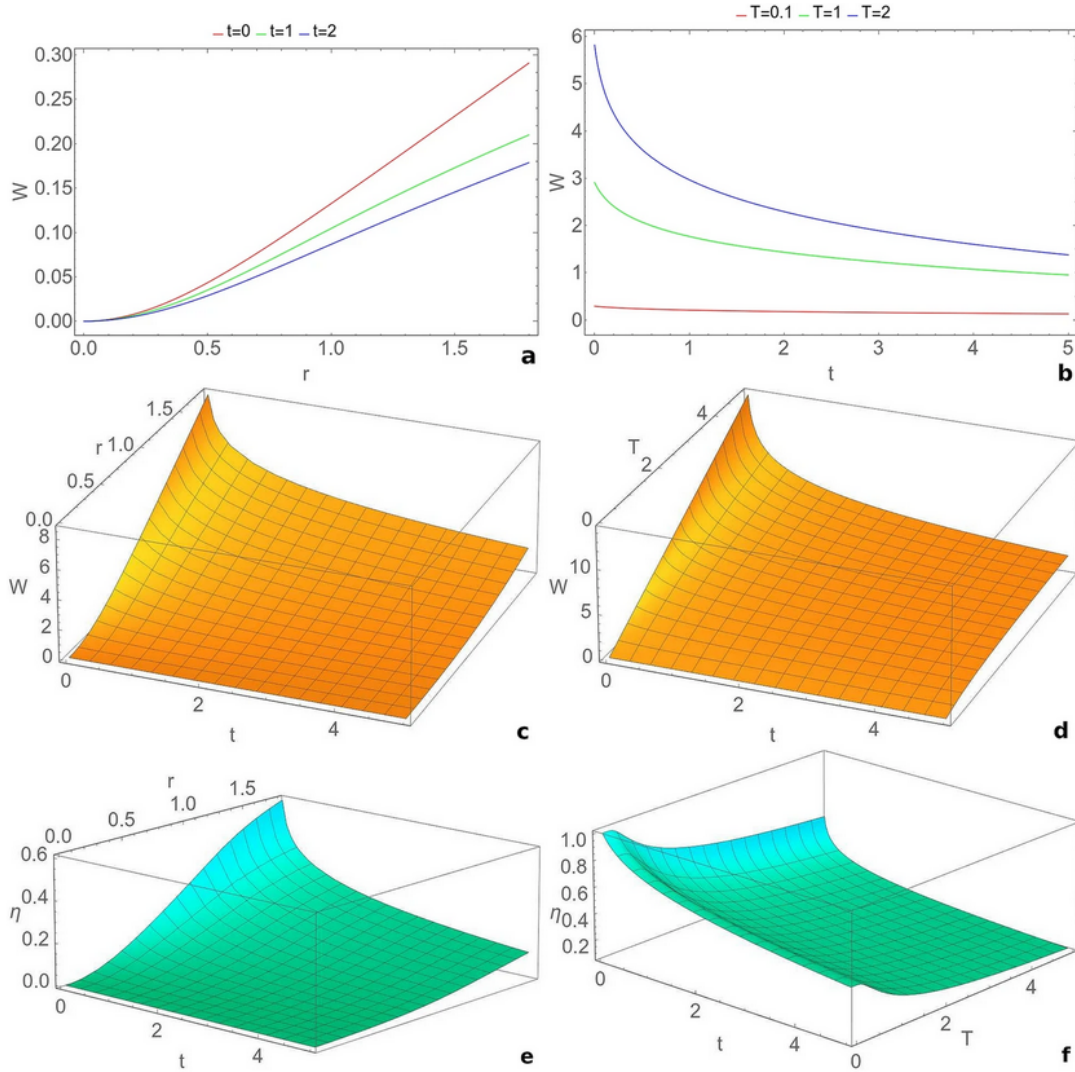


Figure 3.1: Evolutia lucrului cuantic extras W cu: (a) comprimarea r intre modurile motorului la diferite momente $t = 0$ (rosu), $t = 1$ (verde), $t = 2$ (albastru), pentru $T = 0.1$, $\phi = \pi/4$ si $\mu = 0$. (b) Evolutia lucrului extras in functie de timp pentru temperaturile $T = 0.1$ (rosu), $T = 1$ (verde), $T = 2$ (albastru) si parametrul de comprimare $r = 1.8$, faza $\phi = \pi/4$, parametrul de masurare $\mu = 0$. (c) Dependenta lucrului W de timpul t si de parametrul de comprimare r , pentru temperatura $T = 3$, faza $\phi = 0$ si intensitatea masuratorii $\mu = 1$. (d) Dependenta lucrului W de timpul de evolutie t si de temperatura rezervorului T , pentru comprimarea $R = 1.8$, faza $\phi = \pi/4$ si intensitatea masuratorii $\mu = 0$. Dependenta eficientei de extractie a lucrului cuantic de: (e) comprimarea intre moduri r si timpul t , pentru temperatura $T = 3$, faza $\phi = 0$ si parametrul de masurare $\mu = 1$; (f) timpul t si temperatura rezervorului T , pentru comprimarea $R = 1.8$, faza $\phi = \pi/4$ si parametrul de masurare $\mu = 0$. Prezintam simulari pentru cazul rezonant ($\omega_1 = \omega_2 = 1$) si starea initiala de vid comprimata cu valori 0 ale numarului mediu de fotoni termici ($n_1 = n_2 = 0$) si parametrul de comprimare a mediului $R = 0.2$. Pentru a obtine aceasta figura am folosit Wolfram Mathematica 11.3.0 [38]. Figura este reproducuta din [34].

puternic comprimata, la un timp de masurare minim si o baie cu temperatura ridicata. Performanta motorului Szilard scade in timp si creste o data cu comprimarea intre moduri (Fig. 3.1 (e)). In acelasi timp, randamentul de conversie a informatiei in lucru scade cu temperatura (Fig. 3.1 (f)).

3.3 Influenta starii de initializare a masuratorii asupra lucrului extras si a eficientei conversiei informatiei in lucru cuantic

in aceasta subsectiune se considera o stare termica comprimata unimodala selectata ca stare de initializare a masuratorii pentru masurarea cu un operator de valoare pozitiva. Este studiata influenta parametrilor starii gaussiene bimodale, cum sunt frecventa, comprimarea si numarul mediu de fotoni termici, a parametrilor canalului gaussian cu zgomot, cum sunt temperatura, faza si parametrul de comprimare, precum si a parametrilor starii de initializare a masuratorii, cum sunt numarul mediu de fotoni termici si intensitatea parametrului de masurare, asupra evolutiei sistemului. Lucrul cuantic extras si evolutia eficientei conversiei informatiei in lucru cuantic sunt studiate utilizand formalismul matricilor de covarianta.

3.3.1 Lucrul cuantic extras si eficienta motorului Szilard

Studiem evolutia unei stari gaussiene cu doua moduri AB puse in contact fiecare cu un canal gaussian cu zgomot, a carei matrice de covarianta poate fi adusa la forma standard prin operatii unitare locale simplectice: [39–41]:

$$\sigma(t) = \begin{pmatrix} a(t) & 0 & c(t) & 0 \\ 0 & a(t) & 0 & d(t) \\ c(t) & 0 & b(t) & 0 \\ 0 & d(t) & 0 & b(t) \end{pmatrix}. \quad (3.22)$$

Elementele matricii de covarianta satisfac inegalitatile $a(t), b(t) \geq 1$, $[(a^2(t)-1)(b^2(t)-1) - 2c(t)d(t) - a(t)b(t)c^2(t) + d^2(t)(c^2(t) - a(t)b(t))] \geq 0$ si consideram $c(t) \geq |d(t)|$. Acestea asigura faptul ca conditia *bona fide* $\sigma(t) + i\Omega \geq 0$ este satisfacuta [39]. Introducem notatiile:

$$I_1 = a^2(t), \quad I_2 = b^2(t), \quad I_3 = c(t)d(t), \quad I_4 = (a(t)b(t) - c^2(t)) (a(t)b(t) - d^2(t)). \quad (3.23)$$

Fig. 3.2 arata o reprezentare schematica a motorului Szilard care utilizeaza ca mediu de lucru o stare gaussiana cu doua moduri in contact cu canale cu zgomot.

Pentru a extrage lucru cuantic, partea B efectueaza POVM. Ca stare de initializare a masuratorii se considera o stare termica comprimata descrisa de operatorul de densitate [43]:

$$\rho^{\pi_b} = \mathcal{S}(\xi)\nu\mathcal{S}^\dagger(\xi), \quad (3.24)$$

in care $\mathcal{S}(\xi)$ este operatorul de comprimare, $\xi = \varrho \exp\{i\theta\}$, ϱ reprezinta parametrul de comprimare al starii de initializare a masuratorii, θ este faza, iar ν reprezinta

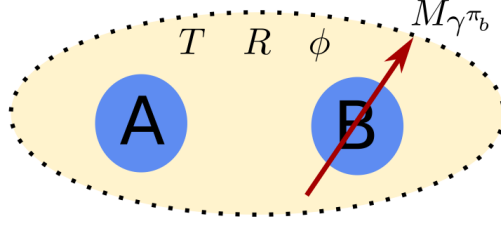


Figure 3.2: Diagrama schematica a motorului Szilard considerat. Mediul de lucru este o stare gaussiană cu două moduri în contact cu canale cu zgomot. Partea A detine un mod, iar partea B celalalt mod. Canalul cu zgomot este descris de temperatura T , parametrul de comprimare al bari R și faza ϕ . POVM identificată prin starea de initializare a măsurătorii γ^{π_b} este realizată pentru modul aparținând părții B. Figura este reprodusă din [42].

o stare termică cu numărul mediu de fotoni N_S . Matricea de covarianță a stării termice comprimate unimodale are următoarele elemente [44]:

$$\begin{aligned}\gamma_{11}^{\pi_b} &= \frac{2N_S + 1}{2}(\cosh 2\varrho + \sinh 2\varrho \cos \theta), \\ \gamma_{22}^{\pi_b} &= \frac{2N_S + 1}{2}(\cosh 2\varrho - \sinh 2\varrho \cos \theta), \\ \gamma_{12}^{\pi_b} &= \gamma_{21}^{\pi_b} = -\frac{2N_S + 1}{2} \sinh 2\varrho \sin \theta.\end{aligned}\tag{3.25}$$

Starea condiționată a părții A este descrisă de ecuația (3.7). Modul \hat{a} al părții A este scos din echilibru datorită măsurării, după care revine în starea de echilibru în timp ce interacționează cu mediul [37]. Considerăm ca starea de echilibru este aceeași cu starea inițială a acestui mod \hat{a} , astfel încât $\sigma_a^{\text{eq}} = A$. Lucrul extras este obținut datorită reacției de recul a măsurătorii și relaxării la starea de echilibru [37]. Conform celor prezentate anterior, lucrul extras este dat de expresia (3.12), iar eficiența conversiei informației în lucru cuantic poate fi calculată cu ajutorul relației (3.13). Ca stare inițială a sistemului este luată o stare generală gaussiană. Considerând o evoluție markoviană a sistemului gaussian bimodal entanglat inițial care evoluează în canalele cu zgomot, relațiile (3.25) pot fi reprezentate în felul următor: [36]:

$$\gamma^{\pi_b} = \frac{2N_S + 1}{2} R(\zeta) \mathcal{S}(\varrho) R^T(\zeta),\tag{3.26}$$

unde $R(\zeta) = \begin{pmatrix} \cos \zeta & -\sin \zeta \\ \sin \zeta & \cos \zeta \end{pmatrix}$ este matricea de rotație cu faza $\zeta = \theta/2$ și $\mathcal{S}(\varrho) = \begin{pmatrix} \exp(-2\varrho) & 0 \\ 0 & \exp(2\varrho) \end{pmatrix}$ este matricea de comprimare. Introducând intensitatea de măsurare determinată de comprimarea stării de initializare a măsurătorii $\mu = \exp(-2\varrho)$, obținem:

$$\gamma^{\pi_b} = \frac{2N_S + 1}{2} \begin{pmatrix} \cos \zeta & -\sin \zeta \\ \sin \zeta & \cos \zeta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu & 0 \\ 0 & \frac{1}{\mu} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \zeta & \sin \zeta \\ -\sin \zeta & \cos \zeta \end{pmatrix}.\tag{3.27}$$

Cand $\mu = 0$ avem o masuratoare de tip homodyne, iar cand $\mu = 1$ masuratoarea este de tip heterodyne. Expresia lucrului extras in functie de parametrii care caracterizeaza mediul si folosind forma standard a matricii de covarianta bimodala gaussiană data de ecuatia (3.22) (pentru simplificare ometem aici sa scriem dependenta de timp) este data de:

$$W(t) = \frac{T}{2} \ln \frac{a^2(1 + 2N_S + 2b\mu)(2b + \mu + 2N_S\mu)}{E}, \quad (3.28)$$

unde

$$E = 4c^2d^2\mu + a^2(1 + 2N_S + 2b\mu)(2b + \mu + 2N_S\mu) - a(c^2 + d^2)(1 + 4b\mu + \mu^2 + 2N_S(1 + \mu^2)) + a(c^2 - d^2)(1 + 2N_S)(\mu^2 - 1) \cos \theta. \quad (3.29)$$

Pentru cazul masurarii de tip homodyne ($\mu = 0$) aceasta expresie se reduce la:

$$\lim_{\mu \rightarrow 0} W(t) = \frac{T}{2} \ln \frac{2a(t)b(t)}{2a(t)b(t) - c^2(t) - d^2(t) + [-c^2(t) + d^2(t)] \cos \theta}, \quad (3.30)$$

iar pentru masurarea de tip heterodyne ($\mu = 1$) devine:

$$\lim_{\mu \rightarrow 1} W(t) = \frac{T}{2} \ln \frac{a^2(t)(1 + 2b(t) + 2N_S)^2}{(a(t) + 2a(t)b(t) - 2c^2(t) + 2a(t)N_S)(a(t) + 2a(t)b(t) - 2d^2(t) + 2a(t)N_S)}. \quad (3.31)$$

In limita unor valori mari ale parametrului de masurare ($\mu \rightarrow \infty$) obtinem:

$$\lim_{\mu \rightarrow \infty} W(t) = \frac{T}{2} \ln \frac{2a(t)b(t)}{2a(t)b(t) - c^2(t) - d^2(t) + [c^2(t) - d^2(t)] \cos \theta}. \quad (3.32)$$

In cazul detectiei de tip homodyne, lucrul cuantic extras nu depinde de numarul de fotoni termici al starii de initializare a masuratorii, iar pentru detectia de tip heterodyne, lucrul extras este independent de faza POVM. In cazul in care $c(t) = \pm d(t)$, adica atunci cand starea gaussiană bimodala ramane in timp o stare termica mixta sau o stare termica comprimata, lucrul extras este independent de faza starii de initializare a masuratorii pentru toate valorile de masurare. In limita unui numar mare de fotoni termici, observam ca lucrul extras tinde spre zero. In cazul unei stari de vid comprimate ($n_1 = n_2 = 0$), cu cele doua moduri bosonice avand frecventele $\omega_1 = \omega_2 = 1$ si daca starea de initializare a masuratorii este o stare de vid comprimata ($N_S = 0$), atunci lucrul extras devine:

$$W(0) = \frac{T}{2} \ln \cosh^2 2r. \quad (3.33)$$

Analizand rezultatele obtinute, obtinem ca valoarea maxima a lucrului extras este atinsa in momentul initial. Lucrul extras scade pe parcursul evolutiei sistemului din cauza interactiei cu mediul. Atunci cand $t = 0$ obtinem din relatia (3.28) ca pentru o masurare de tip heterodyne ($\mu = 1$) lucrul cuantic extras tinde spre o valoare minima pentru toate valorile fazei de masurare. Dinamica lucrului extras si a eficientei in functie de frecventa primului mod ω_1 si de intensitatea parametrului de masurare μ este reprezentata in Fig. 3.3 (a) si (b). Observam ca lucrul extras si

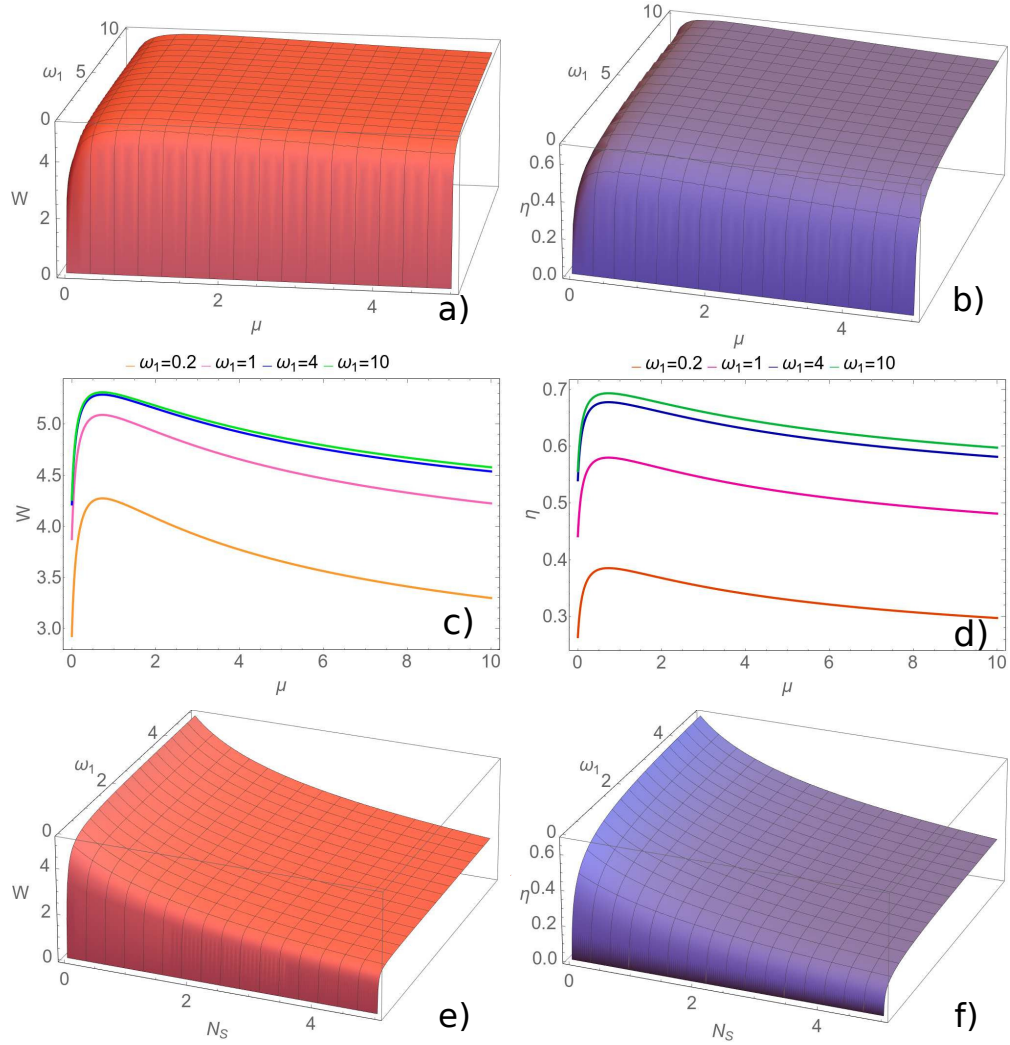


Figure 3.3: Evolutia lucrului cuantic extras W a) si a eficientei de conversie a informatiei in lucru cuantic η b) in functie de parametrul de masurare μ si de frecventa primului mod ω_1 in cazul unei stari de vid comprimate ($N_S = 0$), aleasa ca stare de initializare a masuratorii. Dinamica lucrului extras c) si eficienta de conversie a informatiei in lucru cuantic d) in functie de intensitatea masurarii μ si de frecventa ω_1 pentru $N_S = 0$. Evolutia lucrului cuantic extras e) si eficienta de conversie a informatiei in lucru cuantic f) in functie de numarul mediu de fotoni termici al starii de initializare a masuratorii N_S si frecventa ω_1 pentru detectia heterodyne ($\mu = 1$). Restul parametrilor de simulare sunt: timpul $t = 0.5$, comprimarea intre cele doua moduri $r = 1.8$, numarul mediu de fotoni termici ai modurilor $n_1 = n_2 = 0$, temperatura $T = 2$, comprimarea canalului cu zgomot $R = 0.2$, faza canalului cu zgomot $\phi = \pi/4$, frecventa celui de al doilea mod $\omega_2 = 1$, faza starii de initializare a masuratorii $\theta = 0$ si parametrul de disipare $\lambda = 0.1$. Figura este obtinuta folosind Wolfram Mathematica 11.3.0 [38]. Figura este reprodusa din [42].

eficienta motorului cresc rapid cu frecventa pentru valori mici ale frecventei primului mod ω_1 . Pentru valori mai mari ale frecventei, cresterea incetinesc si se ajunge la o valoare de saturatie. De asemenea, lucrul extras si eficienta motorului cresc rapid cu parametrul de masurare, pentru valori mici ale acestuia, dupa care urmeaza o scadere a acestora pentru valori mari ale lui μ .

Aceasi evolutie a lucrului extras si a eficientei cu parametrul masurarii se observa pentru diferite valori ale frecventei primului mod ω_1 (Fig. 3.3 (c) si (d)). Dependenta lucrului extras si a eficientei de numarul mediu de fotoni termici N_S este reprezentata in Fig. 3.3 (e) si (f). Observam ca este posibila extragerea lucrului cuantic pentru valori mici ale numarului mediu de fotoni termici ai starii de initializare a masurarii. Dupa cum este de asteptat, cresterea numarului mediu de fotoni termici reduce valoarea lucrului extras si eficienta. Lucrul extras este relativ mic pentru valori foarte mari ale numarului mediu de fotoni termici ai starii de initializare a masurarii.

Concluzii

Principiile mecanicii cuantice aplicate la stiinta informatiei au dat nastere domeniului stiintei informatiei cuantice, care si-a gasit multiple aplicatii in tehnologiile cuantice moderne, cum sunt criptografia cuantica, comunicarea cuantica si calculul cuantic. In particular, protocoalele bazate pe sisteme de variabile continue sunt foarte atractive pentru calculul cuantic distribuit.

In aceasta teza am investigat evolutia in timp a steering-ului cuantic si am comparat-o cu dinamica entanglementului. Studiul in timp a fost realizat pentru a analiza steeringul de la Alice la Bob, fiecare avand propriul mod bosonic cuplat la un canal cu zgomot. Rezultatele obtinute au confirmat faptul ca entanglementul este o corelatie cuantica mai slaba in comparatie cu steeringul cuantic. Cresterea comprimarii intre modurile lui Alice si Bob conduce la cresterea steeringului cuantic.

Pe de alta parte, o crestere a temperaturii canalului cu zgomot al lui Bob duce la o scadere a steeringului cuantic, in timp ce temperatura canalului cu zgomot al lui Alice practic nu afecteaza steeringul $A \rightarrow B$. Frecventele modurilor afecteaza in mod diferit steeringul, anume variatia frecventei modului lui Bob are un impact mai semnificativ asupra steeringului $A \rightarrow B$ decat frecventa modului lui Alice. In general, steeringul de la Alice la Bob este diferit de steeringul de la Bob la Alice. Cresterea numarului mediu de fotoni termici ai modurilor lui Alice si Bob are o influenta distructiva asupra steeringului cuantic. Pentru timpi mari de evolutie a sistemului are loc "moartea subita" a steeringului. Rezultatele obtinute sunt utile pentru aplicatii ale steeringului cuantic, unul dintre exemple fiind teleportarea cuantica securizata.

Pentru a descrie teleportarea cuantica in sisteme de variabile continue, am folosit ecuatia master Gorini-Kossakowski-Sudarshan-Lindblad pentru doua moduri gaussiene in contact cu o baie termica. Studiul a fost implementat in cadrul teoriei sistemelor deschise bazate pe semigrupuri dinamice cuantice complet pozitive. Pentru a descrie evolutia unui sistem gaussian bimodal in contact cu un rezervor termic a fost folosit formalismul matricilor de covarianta.

A fost dedusa expresia analitica a fidelitatii cuantice de teleportare folosind o stare termica unimodala ca stare de intrare pentru teleportarea cuantica, utilizand metoda functiei caracteristice. Ca resursa pentru teleportare a fost folosita o stare gaussiana partajata intre Alice si Bob, care au ca scop implementarea procesului de teleportare cuantica. Fidelitatea de teleportare cuantica depinde de parametrii starii resursei, de parametrii mediului si de numarul mediu de fotoni termici ai starii care urmeaza sa fie teleportata. Ca stare-resursa am folosit o stare gaussiana bimodala in contact cu

o baie termica. Pe langa conditia ca fidelitatea de teleportare sa fie mai mare decat $1/2$, o conditie necesara pentru o teleportare cuantica reusita este supravietuirea entanglementului in timpul procesului de teleportare. Ca masura a entanglementului a fost folosita negativitatea logaritmica. Eficacitatea teleportarii a fost estimata in cazul in care mediul este o baie termica pentru diverse valori ale parametrilor starii-resursa.

Teleportarea cuantica este mai eficienta pentru valori mai mari ale numarului mediu de fotoni termici ai starii de intrare, fidelitatea teleportarii cuantice atingand valori relativ mari. In acest fel, stările termice sunt mai potrivite pentru teleportarea cuantica decat stările coerente pentru valori relativ mici ale numarului mediu de fotoni termici ai starii de intrare. Totusi, pentru valori mari ale numarului mediu de fotoni termici ai starii de intrare, teleportarea cuantica devine foarte dificil de realizat deoarece limita clasica de fidelitate tinde spre 1.

Folosind o stare comprimata de vid ca stare-resursa partajata intre Alice si Bob, au fost determinate conditiile pentru o teleportare cuantica optima. Aceasta se manifesta printr-o fidelitate ridicata a teleportarii cuantice si prezenta entanglementului intre moduri. Temperaturile scazute ale mediului sunt mai potrivite pentru procesul de teleportare cuantica, deoarece in acest fel moartea subita a entanglementului se produce mai tarziu. Cea mai buna fidelitate de teleportare este obtinuta pentru valori mari ale parametrului de comprimare si cand frecventa modurilor lui Alice si Bob sunt aceleasi.

Proprietatile cuantice ale motorului Szilard sunt utile pentru detectarea corelatiilor cuantice si deschid calea pentru extragerea lucrului cuantic si obtinerea de energie la scara nanometrica. Lucrul cuantic efectuat de motorul Szilard are o expresie analitica care in limita clasica depinde de entropia relativa. Motorul cuantic Szilard constituit din doua sau mai multe particule corelate are o eficienta mai mare decat cel clasic.

Motorul Szilard cuantic este compus din doua moduri bosonice entanglate plasate intr-un canal cu zgomot. Ecuatia master Gorini-Kossakowski-Sudarshan-Lindblad si formalismul matricilor de covarianta au fost utilizate pentru a investiga dinamica in timp a sistemului bimodal. Pentru a descrie evolutia lucrului cuantic extras si performanta dispozitivului a fost folosita entropia Rényi de ordinul 2, iar ca stare initiala a sistemului a fost considerata o stare gaussiană bimodală entanglata. Comprimarea dintre cele doua moduri, frecventele modurilor, numarul lor mediu de fotoni termici, temperatura mediului, parametrul de comprimare al rezervorului, si faza si intensitatea masurarii influenteaza puternic functionalitatea motorului Szilard.

Eficienta motorului si lucrul extras au comportament diferit ca functii de temperatura, dar se comporta similar ca functii de ceilalti parametri. Anume, randamentul motorului scade cu cresterea temperaturii rezervorului, in timp ce lucrul care poate fi extras creste cu temperatura.

De asemenea, a fost investigat efectul starii de initializare a masuratorii, aleasa

ca stare termica comprimata, asupra lucrului cuantic extras si eficientei motorului. Lucru cuantic extras nu depinde de numarul mediu de fotoni termici al starii de initializare a masuratorii pentru detectarea homodyne. Detectarea heterodyne arata ca lucrul extras este independent de faza starii de initializare a masuratorii. Independenta de faza poate fi observata si in cazul in care starea gaussiana bimodala ramane in timp o stare termica comprimata sau o stare termica mixta. Cresterea numarului mediu de fotoni termici ai starii de masurare determina o scadere a lucrului extras si a eficientei, care, in limita unui numar mare de fotoni termici, tind spre zero. Rezultate mai bune se pot obtine pentru o stare de vid comprimata aleasa ca stare de initializare a masuratorii, dar si in cazul unei stari termice comprimate este inca posibil de extras lucru cuantic, pentru valori mici ale numarului mediu de fotoni termici.

Lucrul extras maxim poate fi obtinut la momentul initial in unele din cazurile studiate. In schimb, prin detectia heterodyne la momentul initial de timp, lucrul extras atinge o valoare minima pentru toate valorile fazei starii de initializare a masuratorii. Lucrul cuantic si eficienta scad in timp datorita interactiunii cu canalul cu zgomot, iar in limita timpilor mari, acestea tind spre zero, deci contactul cu canalul cu zgomot afecteaza puternic performanta motorului Szilard. Pentru un moment dat de timp lucrul extras si eficienta cresc cu frecventa primului mod pentru valori mici ale acesteia, si scad lent pentru valori mai mari ale frecventei, ajungand la saturatie. Cresterea comprimarii intre moduri si a numarului mediu de fotoni termici ai celor doua moduri determina cresterea lucrului si a eficientei. In consecinta, starile termice comprimate bimodale sunt mai adecvate pentru implementarea procesului de extractie a lucrului cuantic decat starile de vid comprimate bimodale.

Lista de articole publicate in reviste cotate ISI

1. *Marina Cuzminschi*, Alexei Zubarev, Stefan-Marian Iordache, and Aurelian Isar. "Influence of the seed of measurement on the work extracted in a quantum Szilard engine." *iScience* **26** (2023): 108563.
2. Alexei Zubarev, *Marina Cuzminschi*, and Aurelian Isar. "Continuous variable quantum teleportation of a thermal state in a thermal environment." *Results in Physics* **39** (2022): 105700.
3. *Marina Cuzminschi*, Alexei Zubarev, and Aurelian Isar. "Extractable quantum work from a two-mode Gaussian state in a noisy channel." *Scientific Reports* **11.1** (2021): 1-10.
4. *Marina Cuzminschi*, and Aurelian Isar. "Quantum entanglement and quantum steering of two bosonic modes in noisy environments." *Romanian Journal of Physics* **66.7-8** (2021): 112
5. *Marina Cuzminschi*, and Aurelian Isar. "Quantum steering of two bosonic modes in the two-reservoir model." *Romanian Reports in Physics* **73.2** (2021): 110
6. *Marina Cuzminschi*, Alexei Zubarev, and Aurelian Isar. "Dynamics of the fidelity of teleportation in a Gaussian noisy channel." *Romanian Journal of Physics* **65.7-8** (2020): 118

Bibliography

- [1] Pauline J. Ollitrault, Alexander Miessen, and Ivano Tavernelli. “Molecular Quantum Dynamics: A Quantum Computing Perspective”. In: *Accounts of Chemical Research* 54.23 (2021). PMID: 34787398, pp. 4229–4238. DOI: 10.1021/acs.accounts.1c00514. eprint: <https://doi.org/10.1021/acs.accounts.1c00514>. URL: <https://doi.org/10.1021/acs.accounts.1c00514>.
- [2] Peter W Shor. “Polynomial-time algorithms for prime factorization and discrete logarithms on a quantum computer”. In: *SIAM Review* 41.2 (1999), pp. 303–332.
- [3] Lov K Grover. “Quantum mechanics helps in searching for a needle in a haystack”. In: *Physical Review Letters* 79.2 (1997), p. 325.
- [4] Mehdi Bozzo-Rey and Robert Loredó. “Introduction to the IBM Q Experience and Quantum Computing”. In: *Proceedings of the 28th Annual International Conference on Computer Science and Software Engineering*. CASCON '18. Markham, Ontario, Canada: IBM Corp., 2018, pp. 410–412.
- [5] Peter JJ O’Malley et al. “Scalable quantum simulation of molecular energies”. In: *Physical Review X* 6.3 (2016), p. 031007.
- [6] Shuntaro Okada et al. “Improving solutions by embedding larger subproblems in a D-Wave quantum annealer”. In: *Scientific Reports* 9.1 (2019), p. 2098.
- [7] John S Bell. “On the problem of hidden variables in quantum mechanics”. In: *Reviews of Modern Physics* 38.3 (1966), p. 447.
- [8] Benjamin Schumacher. “Quantum coding”. In: *Physical Review A* 51.4 (1995), p. 2738.
- [9] Howard M Wiseman, Steve James Jones, and Andrew C Doherty. “Steering, entanglement, nonlocality, and the Einstein-Podolsky-Rosen paradox”. In: *Physical review letters* 98.14 (2007), p. 140402.
- [10] Steve James Jones, Howard Mark Wiseman, and Andrew C Doherty. “Entanglement, Einstein-Podolsky-Rosen correlations, bell nonlocality, and steering”. In: *Physical Review A* 76.5 (2007), p. 052116.
- [11] Devin H Smith et al. “Conclusive quantum steering with superconducting transition-edge sensors”. In: *Nature communications* 3.1 (2012), pp. 1–6.
- [12] Cyril Branciard et al. “One-sided device-independent quantum key distribution: Security, feasibility, and the connection with steering”. In: *Physical Review A* 85.1 (2012), p. 010301.

- [13] Marco Piani and John Watrous. “Necessary and sufficient quantum information characterization of Einstein-Podolsky-Rosen steering”. In: *Physical review letters* 114.6 (2015), p. 060404.
- [14] Elsa Passaro et al. “Optimal randomness certification in the quantum steering and prepare-and-measure scenarios”. In: *New Journal of Physics* 17.11 (2015), p. 113010.
- [15] Roope Uola et al. “Quantum steering”. In: *Reviews of Modern Physics* 92.1 (2020), p. 015001.
- [16] Davood Afshar et al. “Two-mode Gaussian states as resource of secure quantum teleportation in open systems”. In: *Chinese Journal of Physics* 68 (2020), pp. 419–425.
- [17] Qiongyi Y He and Margaret D Reid. “Genuine multipartite Einstein-Podolsky-Rosen steering”. In: *Physical review letters* 111.25 (2013), p. 250403.
- [18] Alessio Serafini. *Quantum continuous variables: a primer of theoretical methods*. CRC press, 2017.
- [19] Paulina Marian and Tudor A Marian. “Uhlmann fidelity between two-mode Gaussian states”. In: *Physical Review A* **86**.2 (2012), p. 022340.
- [20] H Scutaru. “Fidelity for displaced squeezed thermal states and the oscillator semigroup”. In: *Journal of Physics A: Mathematical and General* 31.15 (1998), pp. 3659–3663.
- [21] Alexei Zubarev, Marina Cuzminschi, and Aurelian Isar. “Continuous variable quantum teleportation of a thermal state in a thermal environment”. In: *Results in Physics* 39 (2022), p. 105700.
- [22] Aurelian Isar. “Quantum entanglement and quantum discord of two-mode Gaussian states in a thermal environment”. In: *Open Systems & Information Dynamics* 18.02 (2011), pp. 175–190.
- [23] Aureliu Sandulescu, Horia Scutaru, and Werner Scheid. “Open quantum system of two coupled harmonic oscillators for application in deep inelastic heavy ion collisions”. In: *Journal of Physics A: Mathematical and General* **20**.8 (1987), p. 2121.
- [24] Hoda Alijanzadeh Boura, Aurelian Isar, and Yahya Akbari Kourbolagh. “Quantum fidelity of two-mode Gaussian states in the two-reservoir model”. In: *Romanian Reports in Physics* 68.1 (2016), pp. 19–28.
- [25] Aurelian Isar. “Entanglement Generation in Two-Mode Gaussian Systems in a Thermal Environment”. In: *Open Systems & Information Dynamics* **23**.01 (2016), p. 1650007.
- [26] Junxiang Zhang, Changde Xie, and Kunchi Peng. “Quantum teleportation of single-mode thermal state of light field”. In: *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics* 7.11 (2005), p. 313.
- [27] Giulio Chiribella and Gerardo Adesso. “Quantum benchmarks for pure single-mode Gaussian states”. In: *Physical Review Letters* 112.1 (2014), p. 010501.

- [28] Gerardo Adesso and Giulio Chiribella. “Quantum benchmark for teleportation and storage of squeezed states”. In: *Physical Review Letters* 100.17 (2008), p. 170503.
- [29] Samuel L Braunstein et al. “Quantum versus classical domains for teleportation with continuous variables”. In: *Physical Review A* 64.2 (2001), p. 022321.
- [30] Nobuyuki Takei et al. “Experimental demonstration of quantum teleportation of a squeezed state”. In: *Physical Review A* 72.4 (2005), p. 042304.
- [31] Facundo Sapienza, Federico Cerisola, and Augusto J Roncaglia. “Correlations as a resource in quantum thermodynamics”. In: *Nature communications* 10.1 (2019), pp. 1–7.
- [32] Alexei Zubarev et al. “Graphene-Based Sensor for the Detection of Cortisol for Stress Level Monitoring and Diagnostics”. In: *Diagnostics* 12.11 (2022), p. 2593.
- [33] Sang Wook Kim et al. “Quantum szilard engine”. In: *Physical review letters* 106.7 (2011), p. 070401.
- [34] Marina Cuzminschi, Alexei Zubarev, and Aurelian Isar. “Extractable quantum work from a two-mode Gaussian state in a noisy channel”. In: *Scientific Reports* 11.1 (2021), pp. 1–10.
- [35] A Isar, A Sandulescu, and W Scheid. “Lindblad master equation for the damped harmonic oscillator with deformed dissipation”. In: *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 322 (2003), pp. 233–246.
- [36] Christian Weedbrook et al. “Gaussian quantum information”. In: *Reviews of Modern Physics* 84.2 (2012), p. 621.
- [37] Matteo Brunelli et al. “Detecting Gaussian entanglement via extractable work”. In: *Physical Review A* 96.6 (2017), p. 062311.
- [38] *Wolfram Research, Inc. Mathematica, Version 11.3.0.* <https://www.wolfram.com/mathematica>. 2016.
- [39] Gerardo Adesso, Sammy Ragy, and Antony R Lee. “Continuous variable quantum information: Gaussian states and beyond”. In: *Open Systems & Information Dynamics* 21.01n02 (2014), p. 1440001.
- [40] Alexei Zubarev, Marina Cuzminschi, and Aurelian Isar. “Optimal fidelity of teleportation using two-mode Gaussian states in a thermal bath as a resource”. In: *Romanian Journal of Physics* 64 (2019), p. 108.
- [41] Marina Cuzminschi, Alexei Zubarev, and Aurelian Isar. “Quantum fidelity of two-mode Gaussian states in a thermal reservoir”. In: *Proceedings of the Romanian Academy Series A* 20 (2019), pp. 251–258.
- [42] Marina Cuzminschi et al. “Influence of the seed of measurement on the work extracted in a quantum Szilard engine”. In: *iScience* 26 (2023), p. 108563.
- [43] Paulina Marian and Tudor A Marian. “Squeezed states with thermal noise. I. Photon-number statistics”. In: *Physical Review A* 47.5 (1993), p. 4474.
- [44] Alessandro Ferraro, Stefano Olivares, and Matteo GA Paris. “Gaussian states in continuous variable quantum information”. In: *arXiv preprint quant-ph/0503237* (2005).